



Araştırma Makalesi / Research Article
A NEW METHOD FOR SOLVING THE RESECTION PROBLEM

Veli AKARSU*

*Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Zonguldak Meslek Yüksekokulu, Teknik Programlar Bölümü, Harita
Kadastro Programı, ZONGULDAK*

Geliş/Received: 29.04.2008 Kabul/Accepted: 09.01.2009

ABSTRACT

This paper presents a solution to the two-dimensional resection problem that involves determining the rectangular coordinates of the unknown point P by obtaining the distances connecting it to the points A, B and C which coordinates are known. The three-point resection problem is a numerical one. The input data are two horizontal angles computed using the X,Y coordinates of the three points and three directions or distances. The output data are the vertical coordinates X,Y of the point P. In this study a new numerical solution method has been developed for the mentioned numerical problem which is different from the existing ones. The most important part of this study are explanation of theoretical foundations and demonstration of the numerical application.

Keywords: Resection, geodetic measurement, circle, deltoid.

PACS numbers/numaraları : 91.10.Jf, 91.10.Pp

GERİDEN KESTİRME PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜNDE YENİ BİR YÖNTEM

ÖZET

Bilinmeyen bir P noktasından, dik koordinatları bilinen A, B ve C gibi üç noktaya yapılan doğrultu veya uzunluk ölçüleri ile P noktasının dik koordinatlarının hesaplanması bir iki boyutlu geriden kestirme problemidir. Üç noktaya dayalı geriden kestirme problemi sayısal bir problemdir. Giriş verileri üç noktanın (X,Y) dik koordinatları, üç doğrultu veya uzunluk ölçülerinden hesaplanan iki yatay açıdır. Çıkış verileri ise P noktasının (X,Y) dik koordinatlarıdır. Bu çalışmada, anılan sayısal problem için mevcut sayısal çözüm yöntemlerinden farklı yeni bir sayısal çözüm yöntemi geliştirilmiştir. Yeni yöntemin teorik temellerinin açıklanması ve sayısal uygulamasının gösterilmesi bu çalışmanın özünü oluşturmaktadır.

Anahtar Sözcükler: Geriden kestirme, jeodezik ölçme, çember, deltoid.

1. GİRİŞ

Sayısal sonuçlar bazı hata kaynaklarından olumsuz olarak etkilenir. Hata, ölçme ve hesap sonuçlarının doğruluk ve/veya incelikten(presizyondan) uzaklaşmasıdır. Ölçmelerde ve hesaplamalarda hatalar doğruluk ve incelik ile ifade edilir. Doğruluk, ölçme ve hesap sonuçlarının gerçek değere yakınlığını; incelik ise ölçme ve hesap sonuçlarının birbirine yakınlığı olarak ifade edilir. Duyarlık, ölçü aletlerinin ölçebileceği en küçük birimdir. Ölçmeler ile elde edilen giriş verileri rast gele hataları içerirler. Jeodezik çalışmaların bütün basamaklarının her adımında

* e-mail / e-ileti: veli.akarsu@gmail.com, tel: (372) 257 40 11 / 1127

kendini kontrol olanağı bulması demek, jeodezik verilerin hatasının belirlenmesi ve kaçınılmaz rastlantısal ölçü hatalarının etkilerini düzenli hatalardan en geniş ölçüde ayrılması demektir [1].

Jeodezik ölçmelerin güvenilirlik ve doğruluklarını geliştirmek jeodezide önemli bir ödevdir. Jeodezik ölçmelerin bu niteliklerini geliştirmek geçmişte vardı, günümüzde var ve gelecekte de olacaktır. Her bilim alanı kendi inceleme konusu ile öne çıkmaktadır.

Jeodezinin inceleme konusu ise yeryuvarı, içi ve yakın çevresinde bulunan gezegenler arasındaki geometrik ve fiziksel büyüklüklerin zaman içerisindeki değişimini incelemeye yönelik ölçme, hesaplama, değerlendirme ve yorumlamayı konu edinen bir bilim dalıdır. Jeodezi, çeşitli nedenlerle verilerinin kalitesini düzeltmek ve sonuçlarını daha çabuk kazanmak için bilgi ve yöntemlerini geliştirmek zorundadır [1]. İnsanların hayatlarına, faaliyetine hakim olan kuvvet yaratma ve icat kabiliyetidir [2].

Jeodezik geriden kestirme(resection) problemi bilinmeyen bir noktanın (ölçme yapılan noktanın) konum koordinatlarının, konum koordinatları bilinen en az üç bilinen noktaya yapılan üç doğrultu ölçüsü yardımıyla hesaplanan iki düzlem açısı yardımıyla ya da konum koordinatları bilinen iki noktaya yapılan iki uzunluk ölçüsü ile hesaplanmasıdır. Eğer kestirme noktasından üç bilinen noktaya üç uzunluk ölçüsü yapılırsa kestirme noktasının koordinatları En Küçük Kareler Yöntemine(EKKY) göre dengelemeyle hesaplanır. Düzlem açısı Öklid uzayında iki doğrultu arasında yönlendirilmiş açıdır [3]. Öklid uzayında düzlem açısı tanımı ise birim çember üzerindeki yay parçası uzunluğunun radyan türünden ifadesidir [4]. Bir objeye ait geometri ancak ve ancak uzunluk ve açı büyüklüklerinin ölçülmesiyle belirlenir [5]. Bir mühendislik problemi modellenirken, problemin dayandığı matematik iyi kavranmalı ki, matematik çözüm ile üretilen sonuçlar doğru yorumlanabilsin [6]. Düzlem açısı, doğrultu ölçme yöntemiyle üretilen ölçülerin indirgenmiş değerlerinin ortalaması alınarak hesaplanır [7]. Uzunluk ise elektromagnetik uzunluk ölçer ile ölçülür. 1970 li yıllardan sonra elektromagnetik uzunluk ölçerlerle uzunluk ölçümünün nedeni uzunlukların doğru, ekonomik, çabuk ve doğa koşullarına daha az bağımlı ölçülebilmesi yanında, ölçü amacının gerektirdiği doğruluğu elde etmek için ölçü sayısını artırmak düşüncesinden kaynaklanmaktadır [8]. Geriden kestirme ile bir noktanın konumu belirlenecek ise en az bilinen dört noktaya gözlem yapılmalı ve oluşan ikişerli iki üçgene göre hesap yapılmalıdır[9]. Geriden kestirmede eğer sadece 3 nokta ile çözüm yapılırsa matematiksel bir çözüm elde edilir. Bu çözüm ölçülerin doğruluğunu kontrol etmez. Ölçülerin doğruluğu, en az dört noktanın geriden kestirmede kullanılması ile anlaşılabilir. Elde edilen koordinatlar hoşgörüsü sınırları içinde birbirine eşit çıkarsa ortalama teşkili ile yeni nokta koordinatları belirlenir. Aksi takdirde ölçüleri yeniden yapmak gerekir [10]. Ölçme noktasından koordinatları bilinen üçten fazla noktaya doğrultu ya da ikiden fazla noktaya uzunluk ölçüleri yapılırsa, ölçme noktasının koordinatları EKKY ile dengelemeli olarak hesaplanır.

Geriden kestirme problemi, günümüzde de önemini korumaktadır. Çünkü, Global Konum Belirleme Sistemi(GPS) ile bir ölçme noktasının yermerkezli iki, üç ya da dört boyutlu koordinatlarının belirlenmesinin mantığı, geriden kestirme probleminin mantığına dayanmaktadır. Yeryuvarında koordinatları bilinmeyen bir noktanın dört boyutlu koordinatları (3B+zaman), ölçme noktasında bulunan bir alıcı yardımıyla, koordinatları bilinen uydulara yapılan uzunluk ölçmeleri ile geriden kestirme yöntemiyle belirlenmektedir. Geriden kestirmenin trigonometrik ilk çözümü 1617'de Willebrord Snellius tarafından yapılmıştır [11,13]. Problemin bazı tür çözümleri geçmişte belli hesaplama araçlarına uygun geliştirilmiştir [12].

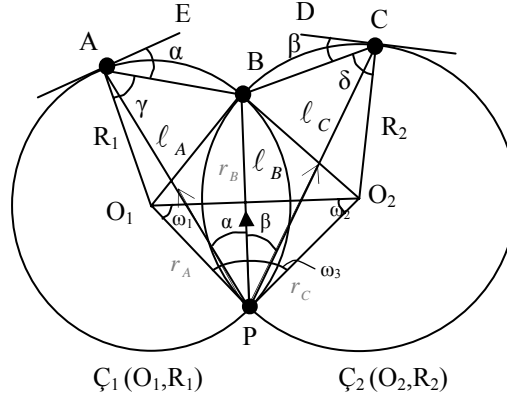
Geriden kestirme yöntemi ile güvenilir ve presizyonlu sonuçlar elde etmek ve tehlikeli çember durumunu ortadan kaldırmak için koordinatı bilinen 4. noktaya da ölçme yapılmalıdır. Geriden kestirmede sadece bir tek noktada ölçme yapıldığından ölçme hatalarına karşı güvensiz, fakat diğer yöntemlere göre ekonomik bir yöntemdir [14].

İki boyutlu geriden kestirme probleminin çözüm kümesi, iki çemberin ortak kesişme noktalarından birisidir. Günümüzde iki boyutlu geriden kestirme probleminin çözümünde kullanılan yöntemler : Collins, Kaestner, Delambre, Cassini ve Ansermet yöntemleridir. Bu yöntemler [15-23] kaynaklarında mevcuttur.

İki boyutlu geriden kestirme probleminin çözüm yöntemleri uygulanırken, koordinatları bilinen noktalar ile ölçme noktasının bir çember üzerinde bulunmaları durumunda, tek anlamlı çözüm yerine, sonsuz sayıda çözüm söz konusu olur. Tek anlamlı çözüm üretmeyen bu çembere literatürde tehlikeli çember adı verilmiştir.

Bu çalışmada, iki boyutlu geriden kestirme problemi için yukarıda anılan sayısal çözüm yöntemlerinden farklı yeni bir sayısal çözüm yöntemi geliştirilmiştir. Yeni yöntemin teorik temellerinin açıklanması ve sayısal uygulamasının yapılması bu çalışmanın özünü oluşturmaktadır.

2. YENİ YÖNTEMİN TEORİSİ



Şekil 1. Uzunluk veya doğrultu ölçümü ile geriden kestirme problemi

Geriden kestirme probleminin yeni çözüm yöntemi için Şekil 1'e göre çıkartılan analitik ifadelerde kullanılacak sembollerin anlamları aşağıdaki gibidir:

$P(y_P, x_P)$: Koordinatı hesaplanacak yeni nokta

$A(y_A, x_A)$, $B(y_B, x_B)$, $C(y_C, x_C)$: Koordinatları bilinen noktalar

$|PA| = \ell_A$, $|PB| = \ell_B$, $|PC| = \ell_C$: Ölçülen yatay uzunluklar

r_A, r_B, r_C : P noktasından A, B ve C noktalarına ölçülen yatay doğrultular

$\angle APB = \alpha$, $\angle BPC = \beta$: Hesaplanan yatay iç açılar

$(AB) = \angle XAB$, $(BC) = \angle XBC$, ... : Açıklık açıları

$|AB| = a$, $|BC| = b$: Doğru parçası uzunlukları

O_1, O_2 : \mathcal{C}_1 ve \mathcal{C}_2 çemberlerinin merkezleri

$|O_1P| = |O_1A| = R_1$, $|O_2P| = |O_2C| = R_2$: \mathcal{C}_1 ve \mathcal{C}_2 çemberlerinin yarı çap uzunlukları

Yeni çözüm yöntemi, çember, kesişen iki çemberin kuvvet eksenini ve deltoid geometrisi mantığına dayanmaktadır. Şekil 1'e göre A, B ve P noktalarından O_1 merkezli ve R_1 yarı çaplı $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ çemberi ve B, C ve P noktalarından ise O_2 merkezli ve R_2 yarı çaplı

$\mathcal{C}_2(O_2, R_2)$ çemberi geçtiği varsayılır. Bu çemberlerin geometrisi ancak merkezlerinin dik koordinatları ile yarı çaplarının bilinmesiyle olanaklıdır. Önce çemberlerin yarı çapları,

$$\angle XAB = \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \quad a = \frac{y_B - y_A}{\sin \angle XAB} = \frac{x_B - x_A}{\cos \angle XAB} \quad (1)$$

$$\angle XBC = \arctan \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}, \quad b = \frac{y_C - y_B}{\sin \angle XBC} = \frac{x_C - x_B}{\cos \angle XBC} \quad (2)$$

$$\alpha = r_B - r_A = \arccos \frac{\ell_A^2 + \ell_B^2 - a^2}{2\ell_A \ell_B} \quad (3)$$

$$\beta = r_C - r_B = \arccos \frac{\ell_B^2 + \ell_C^2 - b^2}{2\ell_B \ell_C}$$

$$R_1 = \frac{a}{2 \sin \alpha}, \quad R_2 = \frac{b}{2 \sin \beta} \quad (4)$$

(1), (2), (3) ve (4) eşitlikleri ile hesaplanır.

Çemberde çevre açısı ve teğet - kiriş açıları arasındaki ilişkiden hareketle, Şekil 1'e göre,

$$\angle APB = \angle BAE = \alpha, \quad \angle BPC = \angle BCD = \beta \quad (5)$$

(5) eşitlikleri yazılabilir.

$\triangle AO_1B$ ve $\triangle BO_2C$ ikiz kenar üçgenlerin $\angle BAO_1 = \angle ABO_1 = \gamma$
 $\angle BCO_2 = \angle CBO_2 = \delta$ taban açıları ise (5) eşitliklerindeki α ve β açılarının (6)'da ki 1., 2., 3. ve 4. seçeneklerinde belirtilen dar ve / veya geniş iç açı olma durumlarına göre aşağıdaki (6) eşitliklerinden birisiyle hesaplanır.

1. $\alpha < 100^\circ, \beta < 100^\circ$ ise $\gamma = 100^\circ - \alpha, \delta = 100^\circ - \beta$
2. $\alpha > 100^\circ, \beta > 100^\circ$ ise $\gamma = \alpha - 100^\circ, \delta = \beta - 100^\circ$
3. $\alpha < 100^\circ, \beta > 100^\circ$ ise $\gamma = 100^\circ - \alpha, \delta = \beta - 100^\circ$
4. $\alpha > 100^\circ, \beta < 100^\circ$ ise $\gamma = \alpha - 100^\circ, \delta = 100^\circ - \beta$

A, B ve C noktalarından, \mathcal{C}_1 ve \mathcal{C}_2 çemberlerinin O_1 ve O_2 merkezlerine olan açıklık açıları ise,

$$\begin{aligned} \angle XAO_1 &= \angle XAB + \gamma \\ \angle XBO_1 &= \angle XBA - \gamma \\ \angle XBO_2 &= \angle XBC + \delta \\ \angle XCO_2 &= \angle XCB - \delta \end{aligned} \quad (7)$$

(7) eşitlikleri ile hesaplanır.

\mathcal{C}_1 ve \mathcal{C}_2 çemberlerinin O_1 ve O_2 merkezlerinin dik koordinatları ise (4) ve (7) eşitliklerinden üretilen veriler kullanılarak,

$$\begin{aligned}
y_{O_1} &= y_A + R_1 \sin \angle XAO_1 \cong y_B + R_1 \sin \angle XBO_1 \\
x_{O_1} &= x_A + R_1 \cos \angle XAO_1 \cong x_B + R_1 \cos \angle XBO_1 \\
y_{O_2} &= y_B + R_2 \sin \angle XBO_2 \cong y_C + R_2 \sin \angle XCO_2 \\
x_{O_2} &= x_B + R_2 \cos \angle XBO_2 \cong x_C + R_2 \cos \angle XCO_2
\end{aligned} \tag{8}$$

(8) eşitlikleri ile hesaplanır.

(8) eşitliklerinden ise

$$\angle XO_1O_2 = \arctan \frac{y_{O_2} - y_{O_1}}{x_{O_2} - x_{O_1}}, |O_1O_2| = c = \frac{y_{O_2} - y_{O_1}}{\sin \angle XO_1O_2} = \frac{x_{O_2} - x_{O_1}}{\cos \angle XO_1O_2} \tag{9}$$

(9) eşitlikleri hesaplanır.

Şekil 1'e göre yarı çapları R_1 ve R_2 , merkezleri arasındaki uzaklık c ve çemberlerin kesişme açısı $\angle O_1PO_2 = \angle O_1BO_2 = \omega_3$ olmak üzere kesişen iki çember için,

$$c^2 = R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos \omega_3 \tag{10}$$

(10) eşitliği yazılabilir. (10) eşitliğinden ise,

$$\cos \omega_3 = \frac{R_1^2 + R_2^2 - c^2}{2R_1R_2} \tag{11}$$

(11) eşitliği yazılabilir.

(11) eşitliğinin sol tarafı kesişen çemberler ve sağ tarafı ise kesişmeyen çemberler için anlamlıdır. Şöyle ki,

$$\eta = \frac{R_1^2 + R_2^2 - c^2}{2R_1R_2} \tag{12}$$

(12) eşitliğinden,

- $|\eta| < 1$ ise çemberler farklı iki noktadan kesişir. Çember merkezleri arasındaki uzaklık

(9) veya (10) eşitlikleri ile hesaplanır.

Bu durumda,

$$R_1 + R_2 > |O_1O_2| \text{ ve } \mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \{BP\} \tag{13}$$

(13) eşitsizliği gerçekleşir.

\mathcal{C}_1 ve \mathcal{C}_2 çemberleri Şekil 1 gereği bilinen B ve aranan P noktalarında kesişirler. (13) eşitsizlik koşulunun sağlanması geriden kestirme probleminin tek anlamlı çözümünün olduğunu gösterir. Tehlikeli çember olarak ifade edilen A, B, C ve P noktaları aynı çember üzerinde olmaları durumunda ise P noktasının dik koordinatları için sonsuz çözüm durumu oluşur.

- $\eta = 1$ ise $\omega_3 = 0$ g olur ve ζ_1 ve ζ_2 çemberleri içten teğet olur.
 $|O_1O_2| = c = |R_1 - R_2|$
- $\eta = -1$ ise $\omega_3 = 200$ g olur ve ζ_1 ve ζ_2 çemberleri dıştan teğet olur.
 $|O_1O_2| = c = R_1 + R_2$
- $|\eta| > 1$ ise ζ_1 ve ζ_2 çemberleri kesişmez ve çemberlerin ortak noktaları olmaz.
 $|O_1O_2| = c > (R_1 + R_2)$

Şekil 1'de ζ_1 ve ζ_2 çemberlerinin O_1 ve O_2 merkez noktaları ile bilinen B ve aranan P noktaları tarafından oluşturulan geometrik yapı bir deltoiddir. BO_1PO_2 deltoidin $|O_1O_2|$ köşegeni, $\angle PO_1B$ ve $\angle PO_2B$ açılarının açıortayıdır. Deltoid özelliği gereği, çemberlerin kuvvet ekseninin üzerinde bulunan B ve P noktalarındaki, $\angle O_1BO_2$ ve $\angle O_1PO_2$ açıları birbirine eşittir.

Çemberlerin merkezlerinin, P ve B noktaları ile oluşturduğu ΔPO_1O_2 ve ΔBO_1O_2 düzlem üçgenlerin, ω_1, ω_2 ve ω_3 iç açıların hesabı ise açıklık açıları farkından,

$$\begin{aligned}\angle PO_1O_2 &= \angle BO_1O_2 = \omega_1 = \angle XO_1O_2 - \angle XO_1B \\ \angle PO_2O_1 &= \angle BO_2O_1 = \omega_2 = \angle XO_2B - \angle XO_2O_1 \\ \angle O_1PO_2 &= \angle O_1BO_2 = \omega_3 = \angle XBO_1 - \angle XBO_2\end{aligned}\quad (14)$$

(14) eşitlikleri ile bulunur.

$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200$ g ilişkisi ile (14) eşitliklerinden hesaplanan açıların doğruluğu kontrol edilir.

İki çemberin kuvvet eksenini, bu çemberlere göre aynı kuvvetteki bir noktadan, çember merkezlerini birleştiren doğru parçasına indirilen dik bir doğrudur. Kesişen iki çemberin kuvvet eksenini ise ortak kirişi taşıyan doğrudur. Şekil 1'e göre ζ_1 ve ζ_2 çemberlerinin kuvvet eksenini ortak kesim noktalarından bilinen B noktası ile aranan P noktasından geçen ortak $|BP|$ kiris uzunluğunu içine alan doğrudur. $|BP|$, ζ_1 ve ζ_2 kesişen çemberlerin kuvvet eksenini doğrusu üzerinde olmasından dolayı, $|BP| \perp |O_1O_2|$ olur. Birbirine dik iki doğru parçasının eğim değerleri çarpımı eksi bire eşit olmasından dolayı $\angle XBP$ açıklık açısı,

$$\angle XBP = \arctan \frac{-1}{\tan \angle XO_1O_2}\quad (15)$$

(15) eşitliğinden hesaplanır.

B noktası ile çember merkezleri O_1 ve O_2 noktalarından P noktasına olan açıklık açıları,

$$\begin{aligned}\angle XO_1P &= \angle XO_1O_2 + \omega_1, \quad \angle XO_2P = \angle XO_2O_1 - \omega_2 \\ \angle XBP &= \angle XBO_2 - \omega_2 + 100 \text{ g} = \angle XBO_1 + \omega_1 - 100 \text{ g}\end{aligned}\quad (16)$$

(16) eşitlikleri ile hesaplanır. Şekil 1'e göre $|BP|$ kiriş uzunluğu ise,

$$|BP| = 2R_1 \sin \omega_1 = 2R_2 \sin \omega_2 \quad (17)$$

(17) eşitliği ile iki kez kontrollü olarak hesaplanır.

Koordinatları bilinen O_1, O_2 çember merkezleri ve B noktasından, P noktasına olan açıklık açıları ve uzunluklar bilindiğinden $P(y_P, x_P)$ noktasının dik koordinatları,

$$y_P^B = y_B + |BP| \sin \angle XBP$$

$$y_P^{O_1} = y_{O_1} + R_1 \sin \angle XO_1P \quad (18)$$

$$y_P^{O_2} = y_{O_2} + R_2 \sin \angle XO_2P$$

$$x_P^B = x_B + |BP| \cos \angle XBP$$

$$x_P^{O_1} = x_{O_1} + R_1 \cos \angle XO_1P \quad (19)$$

$$x_P^{O_2} = x_{O_2} + R_2 \cos \angle XO_2P$$

(18) ve (19) eşitlikleri ile hesaplanır.

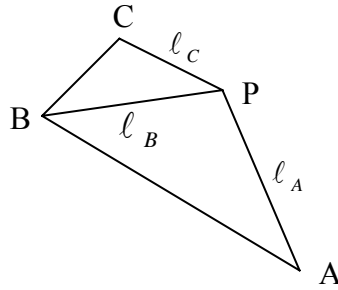
P noktasının sonuç koordinatları ise aritmetik ortalama alınarak ,

$$y_P = (y_P^B + y_P^{O_1} + y_P^{O_2})/3, \quad x_P = (x_P^B + x_P^{O_1} + x_P^{O_2})/3 \quad (20)$$

(20) eşitlikleri ile elde edilir.

3. YENİ YÖNTEMİN SAYISAL UYGULAMALARI

3.1. Üç Noktaya Uzunluk Ölçüleri İle Geriden Kestirme Hesabı



Şekil 2. Bilinmeyen P noktası ve bilinen A, B ve C noktalarının geometrisi[24]

Yukarıdaki, Şekil 2'de A, B ve C noktaları ile P noktasının oluşturdukları geometri, aşağıdaki Çizelge 1'de ise bilinen A, B ve C noktalarının koordinatları ve P noktasından bilinen noktalara ölçülen kenar uzunlukları verilmiştir. P noktasına ait koordinatların yeni çözüm yöntemiyle hesabı, Çizelge 2'de verilmiştir.

Çizelge 1. Bilinen nokta koordinatları ve uzunluk ölçüleri[24]

N.N	Y(m)	X(m)	Uzunluklar(m)
A	451609.02	206281.02	$l_A = 916,51$
B	450514.03	206836.17	$l_B = 730,06$
C	450899.12	207558.62	$l_C = 546,91$

Çizelge 2. Yeni çözüm yönteminin sayısal uygulaması

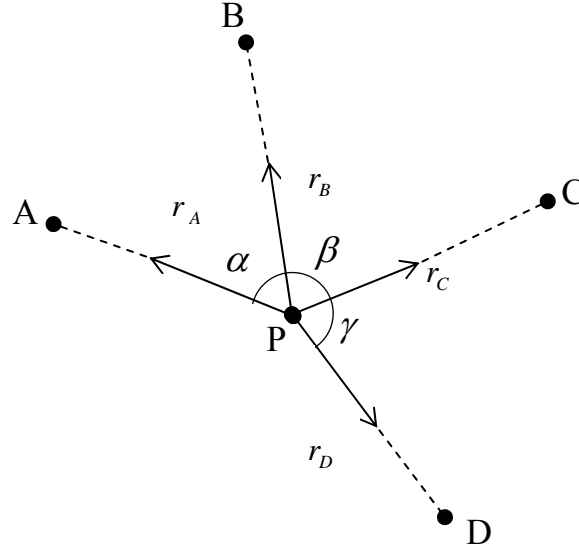
$\angle APB = \alpha = 106,3959 g$, $\angle BPC = \beta = 87,0048 g$ $\angle XAB = 329,8718 g$, $\angle XBC = 31,1768 g$ $ AB = a = 1227,68 m$, $ BC = b = 818,67 m$ $R_1 = 616,95 m$, $R_2 = 418,01 m$ $\gamma = 6,3959 g$, $\delta = 12,9952 g$ $\angle XAO_1 = 323,4764 g$, $\angle XBO_1 = 136,2672 g$ $\angle XBO_2 = 44,1719 g$, $\angle XCO_2 = 218,1817 g$ $y_{O_1} = 451033,54 m$, $x_{O_1} = 206503,41 m$ $y_{O_2} = 450781,35 m$, $x_{O_2} = 207157,53 m$ $\angle XO_1O_2 = 376,5737 g$, $ O_1O_2 = c = 701,05 m$ $ \eta_1 = 0,123867$, $ \eta_1 < 1$, $\angle XBP = 76,5737 g$ $R_1 + R_2 = 1034,96 m$ $\rangle c = 701,05 m$ $\omega_1 = 40,3065 g$, $\omega_2 = 67,5982 g$, $\omega_3 = 92,0953 g$ $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 g$, $ BP = 730,06 m$ $\angle XO_1P = 16,8802 g$, $\angle XO_2P = 108,9755 g$
$y_P = 451195,22 m$, $x_P = 207098,80 m$

3.2. Dört Noktaya Doğrultu Ölçüleri İle Geriden Kestirme Hesabı

Aşağıdaki Çizelge 3 ve Şekil 3'de verilen geriden kestirme problemine ait veriler, [9] numaralı kaynağın 32. sayfasından aynen alınmıştır. P noktasının koordinatlarının yeni çözüm yöntem ile hesabı ise Çizelge 4 ve Çizelge 5'de verilmiştir.

Çizelge 3. Koordinat değerleri ve doğrultu ölçüleri[9]

N.N	Y(m)	X(m)	D.N	B.N	Y. Doğrultu(g)
A	21417,37	16554,33	P	A	0,0000
B	22108,00	17744,64		B	42,9011
C	25203,47	19384,58		C	160,6402
D	24648,56	16457,52		D	254,9221



Şekil 3. Bilinmeyen P noktası ve bilinen A, B, C ve D noktalarının geometrisi[9]

- A, B ve C noktalarının P noktası ile oluşturduğu 2 üçgen ile çözüm

Çizelge 4. Yeni çözüm yönteminin sayısal uygulaması

$\angle APB = \alpha = 42,9011 g$, $\angle BPC = \beta = 117,7391 g$ $\angle XAB = 33,4697 g$, $\angle XBC = 68,9844 g$ $ AB = a = 1376,16 m$, $ BC = b = 3503,05 m$ $R_1 = 1102,64 m$, $R_2 = 1821,79 m$ $\gamma = 57,0989 g$, $\delta = 17,7391 g$ $\angle XAO_1 = 90,5686 g$, $\angle XBO_1 = 176,3708 g$ $\angle XBO_2 = 51,2453 g$, $\angle XCO_2 = 286,7235 g$ $y_{o_1} = 22507,93 m$, $x_{o_1} = 16717,09 m$ $y_{o_2} = 23421,15 m$, $x_{o_2} = 19007,40 m$ $\angle XO_1O_2 = 24,1542 g$, $ O_1O_2 = c_1 = 2465,66 m$ $ \eta_2 = 0,384499$, $ \eta_2 < 1$, $\angle XBP = 124,1542 g$ $R_1 + R_2 = 2924,43 m$ $c = 2465,66 m$ $\omega_1 = 47,7834 g$, $\omega_2 = 27,0911 g$, $\omega_3 = 125,1255 g$ $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 g$, $ BP = 1504,14 m$ $\angle XO_1P = 71,9376 g$, $\angle XO_2P = 197,0631 g$
$y_p = 23505,17 m$, $x_p = 17187,55 m$

- B, C ve D noktalarının P noktası ile oluşturduğu 2 üçgen ile çözüm

Çizelge 5. Yeni çözüm yönteminin sayısal uygulaması

$\angle BPC = \beta = 117,7391 g, \angle CPD = \gamma = 94,2819 g$ $\angle XBC = 68,9844 g, \angle XCD = 211,9274 g$ $ BC = b = 3505,05, CD = d = 2979,21 m$ $R_2 = 1821,79 m, R_3 = 1495,63 m$ $\delta = 17,7391 g, \theta = 5,7181 g$ $\angle XBO_2 = 51,2453 g, \angle XCO_2 = 286,7235 g$ $\angle XCO_3 = 217,6455 g, \angle XDO_3 = 6,2093 g$ $y_{o_2} = 23421,15 m, x_{o_2} = 19007,40 m$ $y_{o_3} = 24794,21 m, x_{o_3} = 17946,03 m$ $\angle XO_2O_3 = 141,8932 g, O_2O_3 = c_2 = 1735,45 m$ $ \eta_3 = 0,466844, \eta_3 < 1, \angle XCP = 241,8932 g$ $R_1 + R_2 = 3317,42 m \rangle c_2 = 1735,45 m$ $\omega_1' = 75,7523 g, \omega_2' = 55,1697 g, \omega_3' = 69,0780 g$ $\omega_1' + \omega_2' + \omega_3' = 200 g, CP = 2776,90 m$ $\angle XO_2P = 197,0629 g, \angle XO_3P = 266,1409 g$
$y_p = 23505,17 m, x_p = 17187,55 m$

4. SONUÇ

Yeni çözüm yöntemi; çember, çemberde kuvvet eksen ve deltoid gibi kolay anlaşılır geometrik kavramlara dayandırılması nedeniyle diğer çözüm yöntemlerinden ayrılmaktadır. Dolayısıyla geliştirilen yeni çözüm yöntemi, mevcut yöntemlerden tamamen farklı ve orijinal bir yöntemdir.

Geriden kestirme probleminin çözümü için geliştirilen yeni çözüm yönteminin teorisi bu çalışmada açıklanmış ve üç noktalı sayısal uygulaması Çizelge 2'de ve dört noktalı sayısal uygulaması ise, Çizelge 4 ve Çizelge 5'de verilmiştir. (3.1)'deki birinci sayısal uygulama (6) formülünün 4. seçenek uygulaması olup, (3.2)'deki iki sayısal uygulama ise (6) formülünün 3. ve 4. seçeneklerinin uygulamalarıdır. Geriden kestirme yöntemiyle, bir P noktasının koordinatlarının

hesabı için P noktasından koordinatları bilinen dört noktaya yapılan jeodezik ölçüler ile hem ölçülerin hem de P noktasının koordinatlarının hesabının doğruluğu kontrol edilmektedir. Bu durum (3.2)'deki uygulamaların çözümü olan Çizelge 4 ve Çizelge 5'de gösterilmiştir. Oysa bilinmeyen bir P noktasından koordinatları bilinen üç noktaya yapılan jeodezik ölçüler ile böyle bir kontrol olanağı yoktur. Bu durum ise (3.1)'deki uygulamanın çözümü olan Çizelge 2'de gösterilmiştir. Yeni çözüm yönteminin aşamalarından olan çember belirleme işlemi((1)'den (9)'a kadar olan hesaplamalar) gerçekleştirildikten sonra, probleme ait noktalar kümesinin uygun bir geometri oluşturup oluşturmadığı, diğer bir deyiş ile problemin çözümünün olup olmadığı, (12) eşitliğinden üretilen $|r| < 1$ ölçütü ve (13) bağıntısı ile kararlaştırılmaktadır. Bu karar süreciyle kestirme noktasından yapılan jeodezik ölçülerin yeniden yapılmasına veya noktalar arasında uygun geometri oluşturulmasına karar verilebilmektedir.

Giriş bölümünde bahsedilen geriden kestirme probleminin çözüm yöntemlerinde problemin çözümünün olup olmadığı yönünde bir karar sürecinin olmaması, yeni çözüm yönteminin mevcut yöntemlere göre bir avantajı ve ekonomik yönüdür.

KAYNAKLAR

- [1] Ayan T., Toplumda Bir Düzen Faktörü Olarak Jeodezi, Harita Dergisi, Sayı:86, Ankara, 67-73, 1979.
- [2] Özata M., Atatürk, Bilim ve Üniversite, 1. Basım, Tübitak Yayınları, Ankara, 2007, 1-3.
- [3] Tezer C., Düzlem Geometride Açılar ve Ölçüleri, Matematik Dünyası, Sayı 1, 3-6, 1993.
- [4] Nesin A., Açık Ölçmek, Matematik Dünyası, Bahar Sayısı, 72-79, 2005.
- [5] Akarsu V., Uzay, Düşey ve Yatay Açılar Arasındaki Fonksiyonel İlişki, Selçuk Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu, Teknik-Online Dergi, Cilt 4, Sayı 3, Konya, 134-142, 2005.
- [6] Akarsu V., Şirinov V., Düzlem Trigonometrinin Mühendislik Problemlerinin Modellenmesindeki Uygulamaları, II. Ulusal Mühendislik Kongresi, Bildiri ve Poster Kitabı, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, 11-13 Mayıs, Zonguldak, (2006), 387-392.
- [7] İnal C., Baybura T., Ölçme Bilgisi 1-2 (Problemleri ve Açıklamalı Çözümleri), 3. Baskı, Selçuk Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Yayını, Yayın No: 32, Konya, 2001,169-178.
- [8] İnal C., Modern Jeodezide Ölçme Aletleri, 1. Baskı, Selçuk Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Yayını, Ders Notları Yayın No : 50, Konya, 2002, 3-13.
- [9] Koç İ., Ölçme Bilgisinde Bazı Konular ve Sayısal Uygulamalar II, 1. Baskı, YÜ, İnşaat Fak. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Yayını, Ekol Tanıtım Baskı, İstanbul, 1996, 23-38.
- [10] Koç İ., Ölçme Bilgisi II (Konum Ölçmeleri ve Mühendislik Ölçmeleri), 1. Baskı, YÜ, İnşaat Fak. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Yayını, Ekol Tanıtım Baskı, İstanbul, 2003, 85-106.
- [11] Şerbetçi M., Atasoy V., Jeodezik Hesap, 2. Baskı, KTÜ, Mühendislik-Mimarlık Fak., Genel Y. No:153, Fakülte Y. No:44, Trabzon, 1994, 116-135.
- [12] Şerbetçi M., Geriden Kestirmede Delambre Yöntemi, Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi, Sayı:70, Ankara, 65-68, 1991.
- [13] Jordan/Eggert/Kneissl., Handbuch der Vermessungskunde, Band II, J.B. Metzlerche Verlagbuchhandlung, Stuttgart, 1963, 40-62.
- [14] Özgen G., Topografya (Ölçme Bilgisi), 3.Baskı, İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul, 1993, 609-617.
- [15] Kahmen H., Vermessungskunde, 19. Überarbeitete Auflage, Berlin, New York, 1997, 320-347.

- [16] Özbenli E., Tüdeş T., Ölçme Bilgisi (Pratik Jeodezi), KTÜ Mühendislik-Mimarlık Yayını, 3. Baskı, Trabzon, 2002, 296-306.
- [17] Witte B., Schmidt H., Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 1989, 391-404.
- [18] Baumann E., Vermessungskunde, Band 2, Punktbestimmung nach Höhe und Lage, Vierte bearbeitete und erweiterte Auflage, Ferd. Dümmler Verlag, Bonn, 1993, 211-217.
- [19] Wolf P. R., Ghilani C. D., Elementary Surveying, An Introduction to Geomatics, 11th ed. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2006, 282-285.
- [20] El Hassan I.M., An Analytical Solution of Resection Problem, ASCE Journal of Surveying Engineering, Vol.112, No.1, pp. 30-35, 1986.
- [21] El Hassan I.M., Two-Dimensional Resection-A Survey of Analytical Techniques, The Australian Surveyor, Vol.47, No.1, pp.14-23, 2002.
- [22] Anderson J.M., Mikhail E.M. Surveying (Theory and Practice), 7th ed., WCB/Me Graw-Hill, New York, 1998, 497-501.
- [23] Wittke H., Geodaetische Rechen-Übungen, Ferd. Dümmlers Verlag, Keisserstrasse 31-37, Bonn, 1993, 48-53.
- [24] <http://www.surv.ufl.edu/courses> [Surveying Measurements and Computations, Resection, University of Florida, Geomatics, erişim tarihi Ocak 2008].