

**SİMETRİ EKSENLERİ DIŞINA YERLEŞTİRİLMİŞ KELVIN-VOIGT TİPİ
VİSKOELASTİK NOKTA MESNETLİ PLAKLARIN ZORLANMIŞ
TİTREŞİMLERİNİN ANALİZİ**

GÖKHAN ALTINTAŞ

Celal Bayar Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, MANİSA

Geliş Tarihi: 10.03.2003

**FORCED VIBRATION ANALYSIS of PLATES WITH KELVIN-VOIGT TYPE VISCOELASTIC
POINT SUPPORTS LOCATED OUT OF SYMMETRY AXIS**

ABSTRACT

In present study, forced vibration of Kelvin-Voigt type viscoelastic point-supported elastic isotrop plates is analysed. Firstly, free and forced vibrations of steady state response to a sinusoidally varying force affecting at the center of a point-supported elastic plate of square shape is analyzed. In the analysis, a method based on the variational procedure in conjunction with a finite difference method is used. Using energy based finite difference technique, the problem is reduced to the solution of a system of algebraic equations. The influence of the mechanical properties, and of the damping of the supports to the mode shapes and to the steady state response of the viscoelastically point-supported square plates is investigated numerically for the concentrated load at center for various values of damping ratios. The results are given for the frequencies and mode shapes of the first three symmetrical modes. Convergence studies are made. The problem is studied within the framework of Kirchhoff-Love hypothesis.

ÖZET

Bu çalışmada Kelvin-Voigt tipi viskoelastik nokta mesnetli elastik izotrop plakların zorlanmış titreşimleri incelenmiştir. Bu amaçla kare plağın serbest titreşim karakteristikleri ve orta noktasından sinüsoidal değişken bir kuvvetle yüklenmesi durumundaki zorlanmış titreşim davranışları incelenmiştir. İncelemede, varyasyonel prosedürün sonlu farklar tekniği ile birarada kullanılmasına dayanan Enerji tabanlı sonlu farklar yöntemi kullanılmıştır. Enerji tabanlı sonlu farklar yöntemi kullanılarak problemin çözümü cebrik denklem takımının çözümüne indirgenmiş olur. Mekanik özellikler ve mesnetlerin sönümlerinin viskoelastik nokta mesnetli kare plakların mod şekilleri ve periyodik zorlanmış titreşimleri üzerindeki etkileri mekanik özelliklerin çeşitli değerleri ve çeşitli sönüm oranları için, plağın merkezinde tekil yük olması durumunda sayısal olarak araştırılmıştır. İlk üç simetrik mod için frekans ve mod şekillerine ilişkin sonuçlar verilmiştir. Yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Yapılan analizlerde Kirchhoff-Love plak teorisi kullanılmıştır.

1. GİRİŞ

Günümüzde viskoelastik nokta mesnetli plaklar yapı sistemlerinden, nakliye sistemlerine ve sarsma tablalarına kadar uzanan modern teknolojinin geniş bir yelpazesinde artan bir şekilde kullanılmaktadır. Bundan dolayı viskoelastik nokta mesnetli plaklar son yıllarda tasarım ve analiz maksadı ile gittikçe artan sayıda uluslararası yayınlara konu olmaktadır.

Yapılan analizlerde sonlu farklar, Rayleigh-Ritz, sonlu elemanlar gibi yöntemler kullanılarak çözümler yapılmıştır. Nokta mesnetli plakların titreşimi ile ilgili çalışmalara yayınlarda ilk olarak 1950'li yıllarda rastlanmaktadır. Bu yayınlarda ilk göze çarpan çalışma köşe

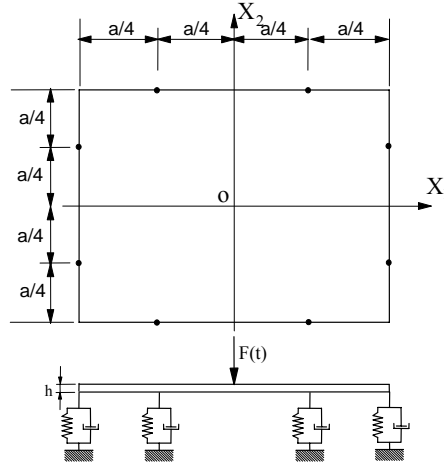
noktalarından mesnetli plakların titreşimi Cox ve Boxer [1] tarafından yapılan çalışmadır. Kerstens [2] Rayleigh-Ritz yöntemini kullanarak nokta mesnetli izotrop Kirchhoff plağını nokta mesnetlerinde çökme olmayan basit mafsal olmaları durumu ve serbest plak hali için incelemiştir. Raju ve Rao [3] çalışmalarında malzmeden yapılmış Kirchhoff plağının çözümünde sonlu farklar yöntemini kullanarak nokta mesnetlerin farklı konumlarda olmaları durumunda plağın serbest titreşim modlarını incelemişlerdir. Narita [4] izotrop Kirchhoff plağının serbest titreşim modlarını mesnetlerin farklı konumları için Ritz yöntemini kullanarak bulmuştur. Viskoelastik nokta mesnetli plak çözümüne ilk olarak Yamada ve arkadaşları [5] tarafından yapılmış olan çalışmada rastlanmıştır. Bu çalışmada elastik nokta mesnetli plakların serbest titreşim karakteristikleri mesnetlerin farklı konumları ve elastik yay katsayılarının değişimine bağlı olarak elde edilmişlerdir. Yine bu çalışmada zorlanmış titreşim durumunda viskoelastik nokta mesnetlerin yük iletim katsayısı yükün frekansına bağlı olarak değişimi incelenmiştir. Çalışmada ele alınan plak izotrop Kirchhoff plağı olup plak yönetici denklemi Galerkin yöntemi ile çözülmüştür. Kim ve Dickenson [6] izotrop Kirchhoff plağının serbest titreşim modlarını nokta mesnetlerin plağın kenarlarının farklı mesnet koşullarına sahip olduğu durumlarla birlikte kullanılması hali için elde etmişlerdir. Kocatürk [7] anizotrop Kirchhoff plağının serbest titreşim modlarının ve zorlanmış titreşim özelliklerinin elde edildiği çalışmadır. Bu çalışmada izotrop ve anizotrop malzmeden yapılmış plağın mesnetlerin konumlarının değişiminde göz önünde bulundurularak elde edilmiştir. Viskoelastik nokta mesnetli anizotrop plakların zorlanmış titreşimi ile ilgili literatürde rastlanan son çalışma Kocatürk ve Altıntaş [8] tarafından yapılmıştır. Yapılan çalışmada plak yönetici denklemi sonlu farklar tekniği kullanılarak çözülmüştür. Elastik nokta mesnetli ortotrop plağın serbest titreşim özellikleri ve viskoelastik nokta mesnetli ortotrop plağın zorlanmış titreşim özelliklerine olan etkileri incelenmiştir. Enerji tabanlı sonlu farklar yöntemi kullanılarak anizotrop plakların analizi Kocatürk ve Altıntaş [9] tarafından viskoelastik nokta mesnetlerin köşelerde olması durumu için incelenmiştir. Enerji tabanlı sonlu farklar yönteminin kullanımı ve ayrıntıları geniş bir şekilde Altıntaş [10] tarafından hazırlanmış doktora tezinde bulunabilir. Bu çalışmada da bahsi geçen ve hesaplamalarda kullanılan bir kavram olan optimum sönüm kavramı ilk olarak [8] yayınında ele alınmış olup [9] ve [10] nolu referanslarda ki çalışmalarda da çeşitli modlar için optimum sönüm katsayıları hesaplanmıştır. Yukarıda referans olarak verilmiş olan çalışmaların tamamında nokta mesnetlerin yerleşimi köşe noktalarında veya köşegen üzerindedir. Bu çalışma kapsamında ise daha evvelki çalışmalardan farklı olarak nokta mesnetler plağın simetri eksenleri dışına yerleştirilmiş olup literatür taramasında bu konuda yapılmış bir çalışmaya rastlanmamıştır. Yapılan çalışmada sanayinin çeşitli alanlarında tek başına veya bir sistemin parçası olarak kullanılabilen viskoelastik nokta mesnetli plakların tasarımında faydalı olabileceği düşünülen analizler yapılmıştır.

2. KURUMSAL ÇALIŞMA

Viskoelastik nokta mesnetli h kalınlığına sahip plağın a ve b uzunluğuna sahip olan kenarları X_1 ve X_2 eksenlerine paraleldir. Sönüm katsayısı c olan viskoz elmanla, yay katsayısı k olan yayın paralel olarak bağlanması ile oluşturulan viskoelastik nokta mesnetler Şekil 1'de görüldüğü gibi yerleştirilmiştir. Plak yüklemesi tekil yük olarak o noktasına yerleştirilmiştir. Bu çalışmada kullanılan viskoelastik nokta mesnet, viskoz bir eleman ile elastik bir yayın paralel olarak birleştirilmesi ile oluşturulan Kelvin-Voigt elemanıdır. Enerji tabanlı sonlu farklar yöntemi, sonlu farklar tekniğinin Lagrange eşitliğine uygulanmasına verilen isimdir. Lagrange eşitliği aşağıdaki formda gösterilebilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\Omega}} \right) - \frac{\partial (T - U)}{\partial \Omega} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\Omega}} + \frac{\partial F_s}{\partial \Omega} + \frac{\partial F_e}{\partial \Omega} = 0 \quad (1)$$

Simetri Eksenleri Dışına Yerleştirilmiş...



Şekil 1. Kelvin-Voigt tipi viskoelastik nokta mesnetli plak

Burada F_e , F_s , D sırası ile dış kuvvetlerin, elastik mesnet yayının yaptıkları işler ve sönüm fonksiyonudur. Problemin çözümünde kartezyen koordinat takımında çalışıldığına ve Kirchhoff-Love hipotezi çerçevesinde tek genelleştirilmiş koordinat W yer değiştirmesi olduğundan genelleştirilmiş kuvvetlerin yaptıkları işler ve viskoz sönümleyicinin yaptığı işin zamana göre türevi,

$$F_e = -Q(t)W \quad F_s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 k_i W_{Si}^2 \quad D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 c_i (\dot{W}_{Si})^2 \quad (2)$$

şeklinde yazılabilirler. Burada k_i , c_i , W_{Si} sırası ile i numaralı mesnetin yay katsayısı, sönüm katsayısı ve mesnetin bulunduğu noktanın düşey yer değiştirmesidir. Kirchhoff-Love hipotezi çerçevesinde plağın kinetik enerjisi,

$$T = \frac{\rho h}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \dot{W}^2 dX_1 dX_2 \quad (3)$$

şekil değiştirme enerjisi ise

$$U = \frac{1}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left[D_{11} W_{,11}^2 + 2D_{11} \nu_{12} W_{,11} W_{,22} + D_{11} W_{,22}^2 + 4D_{66} W_{,12}^2 \right] dX_1 dX_2 \quad (4)$$

olarak bulunur. İfadelerde kullanılan D_{11} ve D_{66} elastik sabitler olup açılımları aşağıda verilmiştir.

$$D_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \left(\frac{h^3}{12} \right), \quad D_{66} = G_{12} \left(\frac{h^3}{12} \right) \quad (5)$$

Denklem (5)'de geçen E_1 elastisite modülü, G_{12} ise kayma modülüdür. ν_{12} işaretlemesi ise Poisson oranını gösterir.

(2-4) ifadelerinde $X_1 = ax_1$, $X_2 = ax_2$, $\bar{w}(x_1, x_2, t) = w(x_1, x_2) e^{i\omega t} = W/a$ dönüşümleri yapılırsa denklemler

$$U = \frac{D_{11}}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\bar{w}_{,11}^2 + 2\nu_{12} \bar{w}_{,11} \bar{w}_{,22} + \bar{w}_{,22}^2 + 4 \frac{D_{66}}{D_{11}} \bar{w}_{,12}^2 \right] dx_1 dx_2 \quad (6)$$

$$T = \frac{a^4 \rho h}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \dot{\bar{w}}^2 dx_1 dx_2 \quad (7)$$

$$F_s = \frac{a^2}{2} \sum_{i=1}^4 k_i \bar{w}_i^2 \quad (8)$$

$$D = \frac{a^2}{2} \sum_{i=1}^4 c_i (\dot{\bar{w}}_i)^2 \quad (9)$$

$$F_e = -a Q(t) \bar{w} \quad (10)$$

halini alırlar. Sonlu farklar tekniğinin probleme uygulanması için (6-10) ifadelerinin Lagrange eşitliğinde yerine konması ve türev ifadelerinin sonlu fark operatörleri ile değiştirilmesi gerekir. Sonlu fark operatörlerinin uygulandığı Lagrange ifadesinin gösterimi

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\bar{w}}_{m,n}} \right) - \frac{\partial (T-U)}{\partial \bar{w}_{m,n}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\bar{w}}_{m,n}} + \frac{\partial F_s}{\partial \bar{w}_{m,n}} + \frac{\partial F_e}{\partial \bar{w}_{m,n}} = 0 \quad (11)$$

şeklinde olur. Genelleştirilmiş koordinat Ω yerine $w_{m,n}$ alınmıştır. (11) ifadesi plağın her noktasına uygulanır. Bunun için öncelikle şekil değiştirme enerjisi ve kinetik enerji ifadelerinin boyutsuz büyüklüklerle herhangi bir pivot noktası için sonlu fark açılımları yazılırsa,

$$\begin{aligned} U_{m,n} &= \frac{D_{11}}{2} \left(\frac{1}{\Delta x_1^4} (+\bar{w}_{m-1,n} - 2\bar{w}_{m,n} + \bar{w}_{m+1,n}) (+\bar{w}_{m-1,n} - 2\bar{w}_{m,n} + \bar{w}_{m+1,n}) \right. \\ &+ \frac{2\nu_{12}}{\Delta x_1^2 \Delta x_2^2} (+\bar{w}_{m-1,n} - 2\bar{w}_{m,n} + \bar{w}_{m+1,n}) (+\bar{w}_{m,n-1} - 2\bar{w}_{m,n} + \bar{w}_{m,n+1}) \\ &+ \frac{1}{\Delta x_2^4} (+\bar{w}_{m,n-1} - 2\bar{w}_{m,n} + \bar{w}_{m,n+1}) (+\bar{w}_{m,n-1} - 2\bar{w}_{m,n} + \bar{w}_{m,n+1}) \\ &+ \frac{4}{16\Delta x_1^2 \Delta x_2^2} \frac{D_{66}}{D_{11}} (+\bar{w}_{m+1,n+1} - \bar{w}_{m+1,n-1} - \bar{w}_{m-1,n+1} + \bar{w}_{m-1,n-1}) \\ &\left. (+\bar{w}_{m+1,n+1} - \bar{w}_{m+1,n-1} - \bar{w}_{m-1,n+1} + \bar{w}_{m-1,n-1}) \right) \Delta x_1 \Delta x_2 \\ T_{m,n} &= \frac{\rho h a^4}{2} \dot{\bar{w}}_{m,n}^2 \Delta x_1 \Delta x_2 \end{aligned} \quad (12)$$

eşitlikleri elde edilir. Bu tanımlamalar ışığında herhangi bir m, n pivot noktasında

$\bar{w}(x_1, x_2, t) = w(x_1, x_2) e^{i \omega t}$ için (11) ifadesi en sade şekildeyle

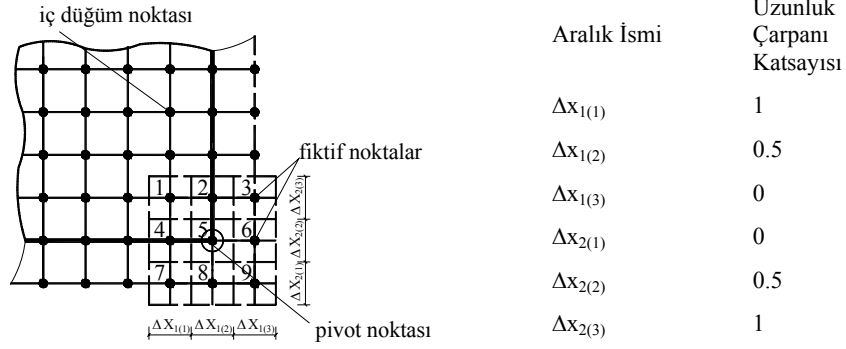
Simetri Eksenleri Dışına Yerleştirilmiş...

$$\begin{aligned}
& \left[-4(w_{m+1,n} - 2w_{m,n} + w_{m-1,n}) - 4v_{12}(w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1}) \right. \\
& \left. - 4v_{12}(w_{m-1,n} - 2w_{m,n} + w_{m+1,n}) \right. \\
& \left. - 4(w_{m,n-1} - 2w_{m,n} + w_{m,n+1}) - 2\lambda^2 w_{m,n} \Delta^4 \right] \Delta x_{1(2)} \Delta x_{2(2)} \\
& + \left[2(w_{m+2,n} - 2w_{m+1,n} + w_{m,n}) + 2v_{12}(w_{m+1,n-1} - 2w_{m+1,n} + w_{m+1,n+1}) \right] \Delta x_{1(3)} \Delta x_{2(2)} \\
& + \left[2(w_{m,n} - 2w_{m-1,n} + w_{m-2,n}) + 2v_{12}(w_{m-1,n-1} - 2w_{m-1,n} + w_{m-1,n+1}) \right] \Delta x_{1(1)} \Delta x_{2(2)} \\
& + \left[2v_{12}(w_{m+1,n-1} - 2w_{m,n-1} + w_{m-1,n-1}) + 2(w_{m,n-2} - 2w_{m,n-1} + w_{m,n}) \right] \Delta x_{1(2)} \Delta x_{2(1)} \\
& + \left[2v_{12}(w_{m+1,n+1} - 2w_{m,n+1} + w_{m-1,n+1}) + 2(w_{m,n} - 2w_{m,n+1} + w_{m,n+2}) \right] \Delta x_{1(2)} \Delta x_{2(3)} \\
& + \left[\frac{D_{66}}{2D_{11}}(w_{m-2,n-2} - w_{m-2,n} - w_{m,n-2} + w_{m,n}) \right] \Delta x_{1(1)} \Delta x_{2(1)} \\
& + \left[-\frac{D_{66}}{2D_{11}}(w_{m-2,n} - w_{m-2,n+2} - w_{m,n} + w_{m,n+2}) \right] \Delta x_{1(1)} \Delta x_{2(3)} \\
& + \left[-\frac{D_{66}}{2D_{11}}(w_{m,n-2} - w_{m,n} - w_{m+2,n-2} + w_{m+2,n}) \right] \Delta x_{1(3)} \Delta x_{2(1)} \\
& + \left[\frac{D_{66}}{2D_{11}}(w_{m,n} - w_{m,n+2} - w_{m+2,n} + w_{m+2,n+2}) \right] \Delta x_{1(3)} \Delta x_{2(3)} + 2(\kappa + i\gamma)w_{m,n} \alpha_s \Delta^2 \\
& = q\alpha_Q \Delta^2 \tag{13}
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. (13) ifadesinde kullanılan boyutsuz tanımlamalar sırasıyla g sönüm katsayısı, k elastik yay katsayısı, l boyutsuz frekans katsayısı ve q yük terimidir.

$$\gamma = \frac{c}{\sqrt{\rho h D_{11}}}, \quad \kappa = \frac{k a^2}{D_{11}}, \quad q = \frac{Qa}{D_{11}}, \quad \lambda^2 = \frac{\rho h \omega^2 a^4}{D_{11}} \tag{14}$$

Bu çalışma kapsamında kare plak kullanılmış olup Δ ifadesi her iki doğrultuda eşit sayıda aralık kullanıldığı için $\Delta = \Delta X_1 = \Delta X_2$ şeklinde ifade edilebilir. (13) eşitliğinde geçen α_Q düğüm noktasında yükleme varsa 1, yoksa 0 değerini alır. Benzer şekilde α_S pivot noktasında mesnet olması durumunda 1, olmaması durumunda ise 0 değerini alırlar. (13) eşitliğinde sonlu fark ağının aralık genişliğini gösteren $\Delta X_{i(j)}$ ifadeleri Şekil 2' de gösterilmiştir.



Düğüm Nokta No	Alan Çarpanları	Alan Çarpanı Katsayısı
1	$\Delta x_{1(1)} \Delta x_{2(3)}$	1
2	$\Delta x_{1(2)} \Delta x_{2(3)}$	0.5
3	$\Delta x_{1(3)} \Delta x_{2(3)}$	0
4	$\Delta x_{1(1)} \Delta x_{2(2)}$	0.5
5	$\Delta x_{1(2)} \Delta x_{2(2)}$	0.25
6	$\Delta x_{1(3)} \Delta x_{2(2)}$	0
7	$\Delta x_{1(1)} \Delta x_{2(1)}$	0
8	$\Delta x_{1(2)} \Delta x_{2(1)}$	0
9	$\Delta x_{1(3)} \Delta x_{2(1)}$	0

Şekil 2. Plak sınırlarında sonlu farklar ağı kabulleri

(13) denkleminin plağın tüm noktalarına uygulanması ile aşağıdaki formda bir denklem takımı elde edilir.

$$[A]\{w\} + i\lambda\gamma[B]\{w\} - \lambda^2[C]\{w\} = \{q^*\} \quad (15)$$

Burada [A], [B] ve [C] katsayılar matrisleridir. Burada q^* ise yük vektörüdür. (15) denklem takımının aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$[a][w^*] = [b] \quad (16)$$

Benzer şekilde burada [a] katsayılar matrisi, $[w^*]$ yerdeğiştirme ve [b] ise yük vektörüdür.

3. SAYISAL SONUÇLAR

Bu çalışma kapsamında kare şeklinde bir plak formu kullanılmış olup mesnetlerde kullanılan yayların yay katsayısı değerleri birbirlerine eşit ve viskoz elemanların sönüm katsayısı değerleri de birbirlerine eşittir. Elastik yay katsayısının $K=10^9$ olmasının ise basit nokta mesnetli plak durumuna karşılık geldiği kabul edilmiştir. Bu çalışma kapsamındaki tüm sayısal incelemelerde poisson oranı 0.3 olarak alınmış olup, G_{12} kayma modülü için (17) ifadesi esas alınmıştır.

Simetri Eksenleri Dışına Yerleştirilmiş...

$$G_{12} \approx \frac{E_1}{2(1+\nu_{12})} \quad (17)$$

Bir sistemin zorlanmış titreşim özelliklerinin iyi bir şekilde anlaşılabilmesi için serbest titreşim özelliklerinin bilinmesinde fayda vardır. Tablo 1.' de izotrop elastik nokta mesnetli Kirchhoff plağı için bulunmuş olan serbest titreşim modlarının boyutsuz frekans değerleri verilmiştir. Tablo 1.'deki değerler 33X33 boyutundaki bir sonlu farklar ağı kullanılarak elde edilmişlerdir.

Çizelge 1. Farklı yay katsayısı değerleri için ilk üç simetrik modun olduğu boyutsuz frekans değerleri-1 ($\nu=0.3$, $\gamma=0$)

Mod	$K=10$	$K=25$	$K=50$
SS-1	7.962	10.782	12.499
SS-2	26.775	30.659	36.169
SS-3	63.268	63.504	63.629

Enerji tabanlı sonlu farklar yöntemi, serbest titreşim modlarına sonlu fark ağının büyümesi ile birlikte aşağıdan yaklaşmaktadır. Enerji metodları serbest titreşim modlarına yukarıdan yakınsamasına karşın enerji tabanlı sonlu farklar yönteminin kullanılması durumunda ortaya çıkan yakınsama şekli sonlu farklar tekniğinin çözüme yaklaştığı şekilde olmaktadır.

Çizelge 2. Sonlu farklar ağının büyüklüğüne göre basit nokta mesnetli plağın serbest titreşim modu boyutsuz frekans değerleri ($\nu=0.3$, $\gamma=0$, $K=10$)

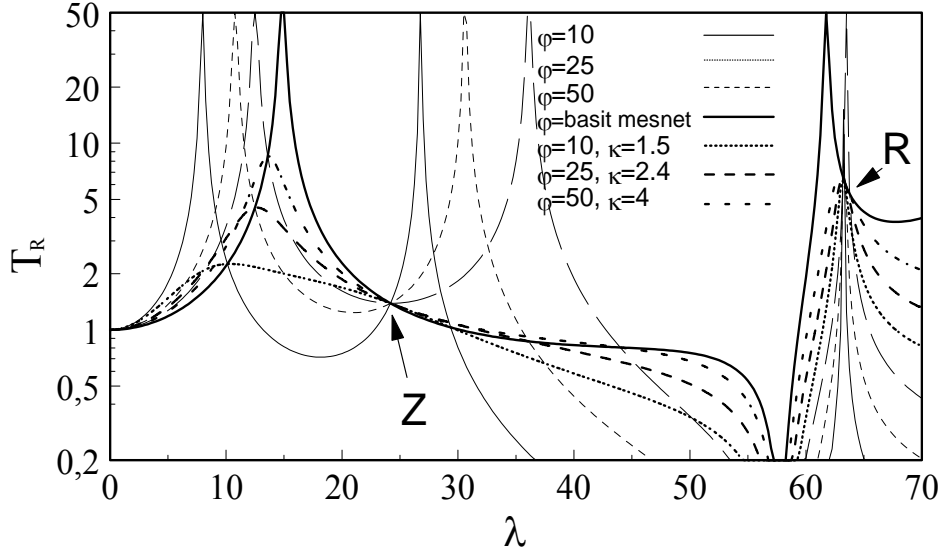
Mod	17X17	25X25	33X33	45X45
SS-1	7.956	7.960	7.962	7.964
SS-2	26.464	26.693	26.775	26.823
SS-3	61.844	62.903	63.268	63.487

Tablo 2.' deki yakınsamalar incelendiğinde düşük frekanslardaki yakınsamanın yüksek olanlara göre daha hızlı olduğu görülmektedir. Viskoelastik nokta mesnetli plakların zorlanmış titreşim özelliklerini incelemek için elde edilmiş olan eğriler Şekil 3'deki grafikte görülmektedir. Zorlanmış titreşim davranışının analizi için plak orta noktasından sinusoidal değişen tekil yük ile yüklenmiştir. Yükün ve mesnetlerin yerleşimi simetrik olması sebebi ile zorlanmış titreşim durumunda plakta sadece simetrik modlara ait özellikler oluşacaktır. Şekil 3.' deki grafiklerde çizilmiş olan yük iletim katsayısı eğrilerinin elde edilmesinde kullanılan eşitlik (18) de verilmiştir:

$$T_R = \frac{\sum_{i=1}^4 (\kappa_i + i\gamma_i) w_i}{\sum_{j=1}^n q} \quad (18)$$

Şekil 3.'deki eğriler incelendiğinde mesnetlerin rijitliğinin artması ile eğrilerin tepe noktalarının sağa doğru kaydığı görülmektedir. Bu durum elastik yay katsayısının artması ile serbest titreşim modlarının oluştukları frekans değerlerinin de yükselmesinden ileri gelmektedir. Zorlanmış titreşim analizi için plak üzerindeki yükün frekansının sıfırdan itibaren artan değerler alması durumunda yükün frekansının serbest titreşim modlarına yakın değerlerde bulunması

durumunda yük iletim katsayısı değerleri artar. Sistemin sönümsüz olması durumunda bu durum rezonans durumuna karşılık gelir. Şekil 3’ deki eğriler sadece simetrik modlara karşılık gelen frekans değerleri civarında artan değerler almaktadırlar. Şekil 3’de çeşitli yay katsayıları için çizilmiş olan eğrilerin temel mod (SS1) için optimum sönüm katsayıları bulunmuş ve bu sönüm katsayılarına ait olan eğrilerde çizilmiştir. Nokta mesnetli plaklar için optimum sönüm katsayısının tarifi literatürde Altıntaş [10], Kocatürk ve Altıntaş [8,9] tarafından bahsedilmiş olup herhangi bir elastik yay katsayısı değeri için çizilmiş olan yük iletim katsayısı eğrilerinin herhangi bir serbest titreşim modu civarında oluşturacağı tepe noktasının alabileceği en küçük değeri sağlayacak olan sönüm katsayısı değerini ifade eder. Şekil 3’de çizilmiş olan optimum eğrilerin ayrıntılı değerleri Tablo 3’ de verilmiştir.



Şekil 3. Yük iletim katsayısı eğrileri

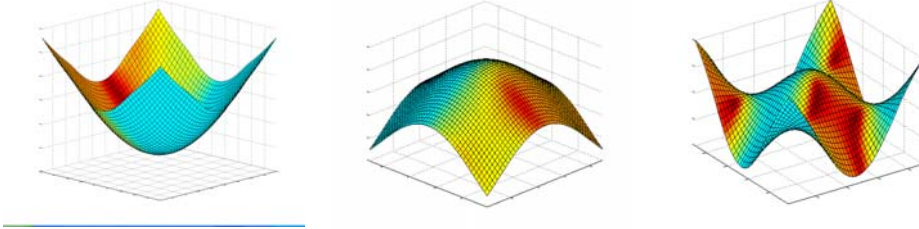
Çizelge 3. SS-1 moduna (temel mod) ait yük iletim katsayısı eğrilerinin yay katsayısına bağlı olarak optimum sönümün oluştuğu sönüm katsayısı değerleri ve tepe noktasının oluştuğu noktanın frekans ve yük iletim katsayısı değerleri ($\nu=0.3$)

Yay Katsayısı K	Optimum Sönüm Katsayısı γ	Tepe Noktasının Oluştugu Frekans Değeri λ	Tepe Noktasının Oluştugu Yük İletim Katsayısı Değeri T_R
10	1.5	2.257	10.372
25	2.4	4.523	12.656
50	4	8.526	13.646

Ayrıca tasarımcıların dikkat etmesi gereken bir diğer nokta olarak Şekilde “Z” olarak işaretlenmiş olan noktadır. “Z” noktası viskoelastik nokta mesnedin elastik yay katsayısından ve viskoz elemanın sönüm katsayısından bağımsız bir noktadır. “R” olarak işaretlenmiş noktada ise

Simetri Eksenleri Dışına Yerleştirilmiş...

çok dar bir aralıkta olmakla beraber yay ve sönüm katsayısından bağımsız bir noktanın olmasının yanısıra, yakın civarında tepe noktalarının çok yakın aralıkla oluştuğu bir frekans değeri olarak dikkat çekmektedir. Şekil 4’ de ise $k=10$ için ilk üç simetrik modun serbest titreşim modlarının frekansına çok yakın değerlerdeki frekanslardaki yüklerin plağın orta noktasına yerleştirilmesi durumunda ortaya çıkan plak formları görülmektedir.



Şekil 4. Sırası ile ilk üç simetrik modun oluştuğu frekans değerlerine yakın frekanslardaki yüklerle orta noktasından yüklenmiş plakların formları ($k=10$, $g=0$, $v=0.3$)

4. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Enerji tabanlı sonlu farklar yönteminin kullanıldığı çalışmada, öncelikle serbest titreşim özellikleri elde edilmiştir. Zorlanmış titreşim durumunda plak davranışını en açık biçimde ortaya koyan yük iletim katsayısı grafiklerinden de serbest titreşim modlarının etkileri açıkça görülmektedir. SS-1 (temel mod) için elde edilmiş olan optimum sönüm katsayılarının diğer mod bölgelerinde de sönümde etkili oldukları görülmüştür. Yük iletim katsayısı eğrilerinin yer aldığı grafikte tasarım açısından önemli olabilecek özel bölgeler ortaya çıkmıştır. Mesnet yerleşiminin herhangi bir eksen üzerinde olmaması durumunu ifade eden bu çalışmada diğer özel durumların incelendiği çalışmalarda dikkat çekilmiş olan “Z” noktası gibi özel noktalara rastlanmış olup bunun yanı sıra “R” noktası yakın civarında oluşmuş olan tepe noktalarının çok yakın aralıkla oluştuğu özel bir bölgeye de rastlanmıştır. Yapılan çalışmada elde edilmiş olan sonuçlar ilk olarak bu çalışmada elde edilmiştir. Tablolar halinde sayısal olarak ortaya konan sonuçların ve grafiklerin bu kritik titreşim probleminde tasarımcılara kılavuz olabileceği düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Cox, H. L., Boxer, J., “Vibrations Of Rectangular Plates Point-Supported At The Corners”, Aeronautical Quarterly, 11, 41-50, 1955.
- [2] Kerstens J. G. M., “Vibration Of Rectangular Plate Supported At An Arbitrary Number Of Points”, Journal Of Sound And Vibration, 65, 4, 493-504,1979.
- [3] Raju, I. S., Rao, C. L. A., “Free Vibration of a Square Plate Symmetrically Supported at Four Points on The Diagonals”, Journal of Sound and Vibration, 90, 291-297, 1983.
- [4] Narita Y., “Note On Vibrations Of Point Supported Rectangular Plates”, Journal Of Sound And Vibration, 93, 4, 593-597, 1984.
- [5] Yamada G., Irie T., Takahashi M., “Determination Of The Steady State Response Of Viscoelastically Point-Supported Rectangular”, Journal Of Sound Vibration, 102, 2, 285-295,1985.
- [6] Kim, C. S., Dickinsen, S. M., “The Flexural Vibration Of Rectangular Plates With Point Supports”, Journal of Sound and Vibration, 117, 2, 249-261,1987.

- [7] Kocatürk T., "Determination Of The Steady State Response Of Viscoelastically Point-Supported Rectangular Anisotropic (Orthotropic) Plates", *Journal Of Sound And Vibration*, 213, 4, 665-672, 1998.
- [8] Kocatürk T., Altıntaş G., "Determination Of The Steady State Response Of Viscoelastic Point-Supported Rectangular Orthotropic Plates", *Twelfth International Conference On Mechanics Of Composite Materials*, Riga, Latvia, Haziran, 2002.
- [9] Kocatürk T., Altıntaş G., "Determination Of The Steady State Response Of Viscoelastically Point-Supported Rectangular Specially Orthotropic Plates By An Energy Based Finite Difference Method", *Journal of Sound and Vibration*, In press.
- [10] Altıntaş G., "Viskoelastik Nokta Mesnetli Elastik Anizotrop Plakların Periyodik Zorlanmış Titreşimlerinin Analizi", *Doktora Tezi, İnşaat Fakültesi, YTÜ*, 2002.
- [11] Szilard R., "Theory And Analysis Of Plates", *Prentice-Hall, New Jersey*, 1974