



**MAGNETIC ANALYSIS OF FRACTIONAL SLOT PERMANENT MAGNET  
SYNCHRONOUS MACHINE**

**Yasemin ÖNER\*, İbrahim ŞENOL, Nur BEKİROĞLU, Engin AYÇİÇEK**

*Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü, Esenler-İSTANBUL*

Received/Geliş: 18.10.2012 Revised/Düzelme: 13.12.2012 Accepted/Kabul: 13.12.2012

---

**ABSTRACT**

In this article, analytical method is used in pmsm design and the effects of geometric quantities on the performance of the machine is pointed out. Magnetic equivalent circuit (MEC) model is used as numeric method. It is observed that the composed MEC model is coherent to Analytical model. Composed model is applied on fractional permanent magnet synchronous machines.

**Keywords:** Machine design, magnetic analysis, analytical model, permanent magnet synchronous machine.

**KESİRLİ OLUKLU SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MAKİNANIN MANYETİK ANALİZİ**

**ÖZET**

Bu çalışmada sürekli mıknatıslı senkron makinanın (SMSM) manyetik analizi analitik yöntemle gerçekleştirilmiş olup, geometrik büyüklüklerin makine performansı üzerindeki etkileri gösterilmiştir. Sayısal yöntem olarak manyetik eşdeğer devre (MED) modeli kullanılmıştır. Geliştirilen model kesirli oluklu sürekli mıknatıslı senkron makinada denenerek analitik modeli ile uygunluğu gösterilmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Makina tasarımı, manyetik analiz, analitik model, sürekli mıknatıslı senkron makina.

---

**1. GİRİŞ**

Sürekli mıknatıslı senkron makinalar oluk/kutup oranının tam ve kesirli olması durumuna göre ikiye ayrılmaktadır. Oluk/kutup oranının kesirli olması durumunda elde edilen makine modeline kesirli oluklu sürekli mıknatıslı senkron makine denmektedir. Son yıllar da, kesirli oluklu senkron makinalar düşük moment dalgalanması ve vuru momentine sahip olduğundan dolayı oldukça önem kazanmıştır [1]. Kesirli oluklu senkron makineler üzerine birçok tasarım yapılmış ve EMK, MMK harmonikleri ve vuru momenti üzerine çalışılmıştır [2-6]. Bunun yanı sıra bu makineler de kullanılacak sargı yapıları için çeşitli metodlar sunulmuştur [7-8].

Sürekli mıknatıslı senkron makinalar da hava aralığındaki manyetik alan dağılımını doğru ve düzgün bir şekilde hesaplamak, analitik yolla elde edilen moment ve Zıt-EMK gibi makine performansının istenilen değerler de olup olmadığına karar verme açısından oldukça önemlidir. Makine performansına etki eden birçok parametrenin en önemlileri, kullanılan malzeme özellikleri ve makinenin geometrik yapısıdır. Makinenin başlangıç tasarımı için her bir

---

\* Corresponding Author/Sorumlu Yazar: e-mail/e-ileti: yoner@yildiz.edu.tr, tel: (212) 383 58 47

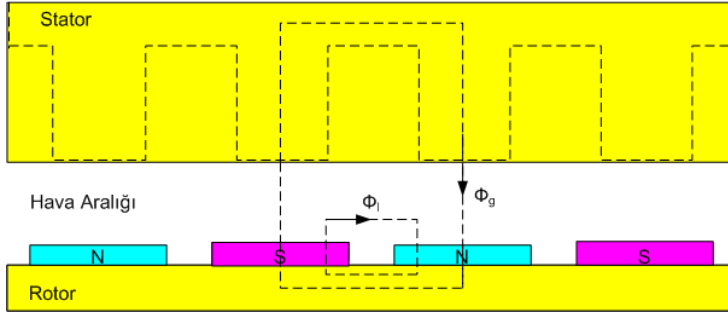
parçası ayrı ayrı modellenmelidir. Bu makinelerin modellenmesinde en önemli parametre ise, mıknatısın çalışma noktası ve manyetik devrenin relüktansdır. Mıknatısın karakteristiği makinenin çalışma noktasına göre değişir. Bundan dolayı mıknatıs karakteristiği de dikkate alınmalıdır. Makinenin doyma noktası, manyetik devrenin relüktansının değişmesi ile, farklılık gösterir.

Bu makalede literatür de yapılan diğer çalışmalara ek olarak makinenin eşdeğer devre yöntemiyle çözümü gerçekleştirilmiştir. Makinenin relüktansı hesaplanarak, toplam akı, Zıt-EMK ve moment hesabı yapılmıştır.

## 2. 10 KUTUP 9 OLUK YAPISINA SAHİP SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MAKİNANIN MANYETİK ANALİZİ

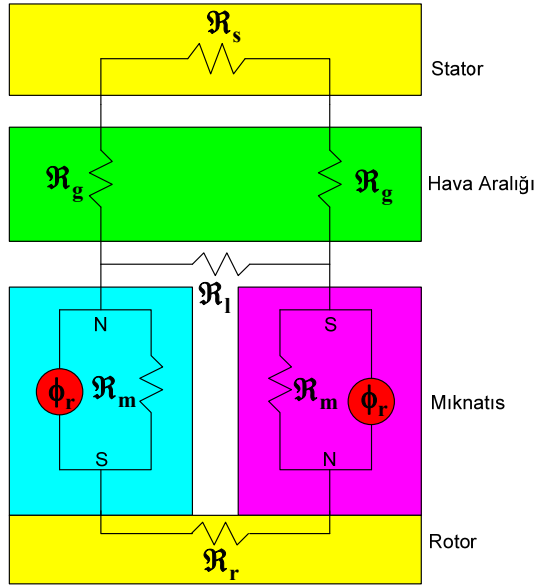
Çalışmada kullanılan 9 oluk 10 kutup yapısına sahip sürekli mıknatıslı senkron makinenin manyetik analizi manyetik eşdeğer devre yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Manyetik eşdeğer devre yönteminin temeli, manyetik devreler ve elektriksel devreler arasındaki benzerliğe dayanmaktadır. MED yöntemini uygulamak için, elektromanyetik sistemler basit geometrik yapılara ayrılır ve manyetik akının sabit ve iki yönlü aktığı varsayılır. Relüktanslar, yapıların geometrisine ve malzeme parametrelerine bağlıdır. Sürekli mıknatıslar ve bobinler, akım veya gerilim kaynağı olarak modellenir. Nonlineer relüktansların anlık değerleri, malzemenin mıknatıslanma eğrisine göre tanımlanır [9].

Şekil 1’de sürekli mıknatıslı senkron makineye ait enine açılmış kesit gösterilmiştir. Her bir mıknatıstan çıkan akı, N kutbundan S kutbuna doğrudur. Bu durumda bir mıknatıs, ne kadar dışı kapsasa da sonuçta akımın izlediği yol, N kutbundan S kutbuna doğrudur.



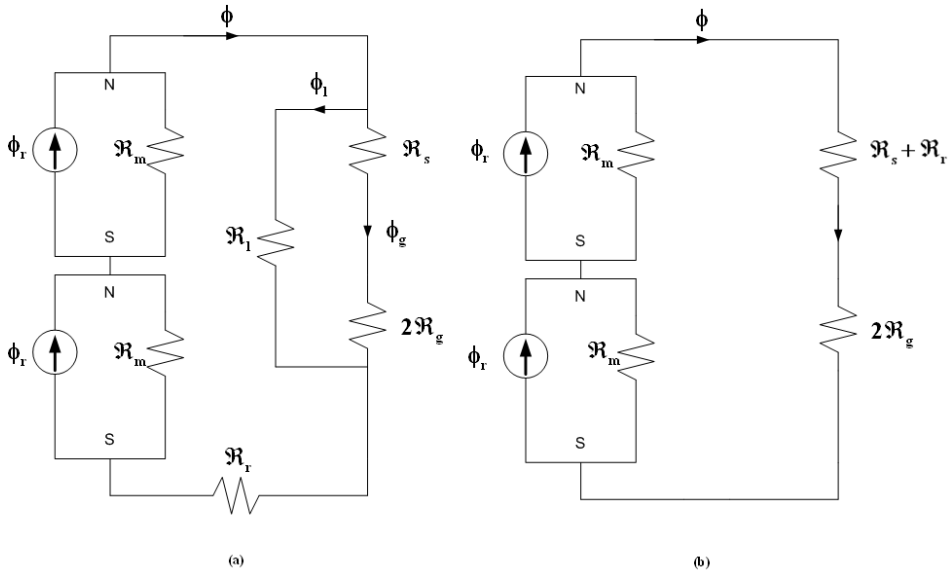
Şekil 1. Oluksuz yapıya sahip sürekli mıknatıslı senkron makinenin enine kesiti

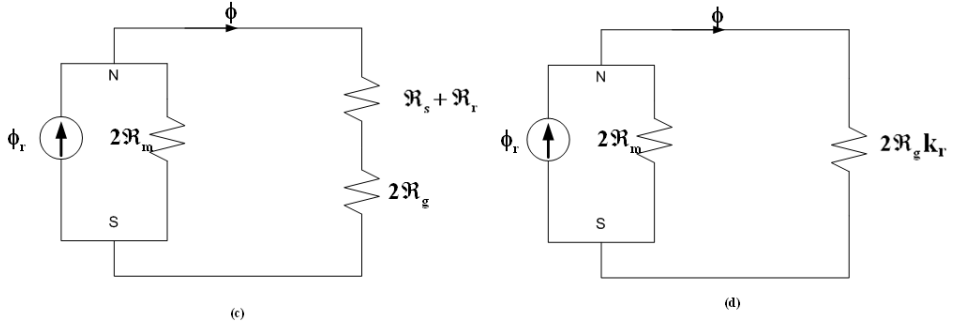
Oluksuz yapı için temel manyetik eşdeğer devre Şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2. Oluksuz yapı için temel manyetik eşdeğer devre [10]

Zıt-EMK hesabına geçmeden önce hava aralığı akı yoğunluğu ( $B_g$ ), Şekil 2’de ki manyetik eşdeğer devre çözülerek bulunur. Bu devrenin çözümünde de Şekil 3 (d)’de ki devre kullanılır.





Şekil 3. Şekil 2'deki manyetik devrenin basitleştirilmiş hali [10]

Şekil 3 (d)'ye göre;

$$\phi_m = \frac{2\Re_m}{2\Re_m + 2K_r\Re_g} \phi_r \quad (1)$$

$$\phi_g = k_1 \phi_m \quad (2)$$

$$\Re_m = \frac{l_m}{\mu_r \mu_0 A_m} \quad (3)$$

$$\Re_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} \quad (4)$$

$$\Re_s = \frac{w_{sb}}{\mu_0 \mu_1 A_s} \quad (5)$$

$$\phi_g = K_1 \phi_m = \frac{K_1}{1 + K_r \frac{\mu_r g A_m}{l_m A_g}} \phi_r \quad (6)$$

elde edilir.

**Hava Aralığı akı yoğunluğu,**

$$B_g = \frac{\phi_g}{A_g} \quad (7)$$

**Mıknatis Akı yoğunluğu,**

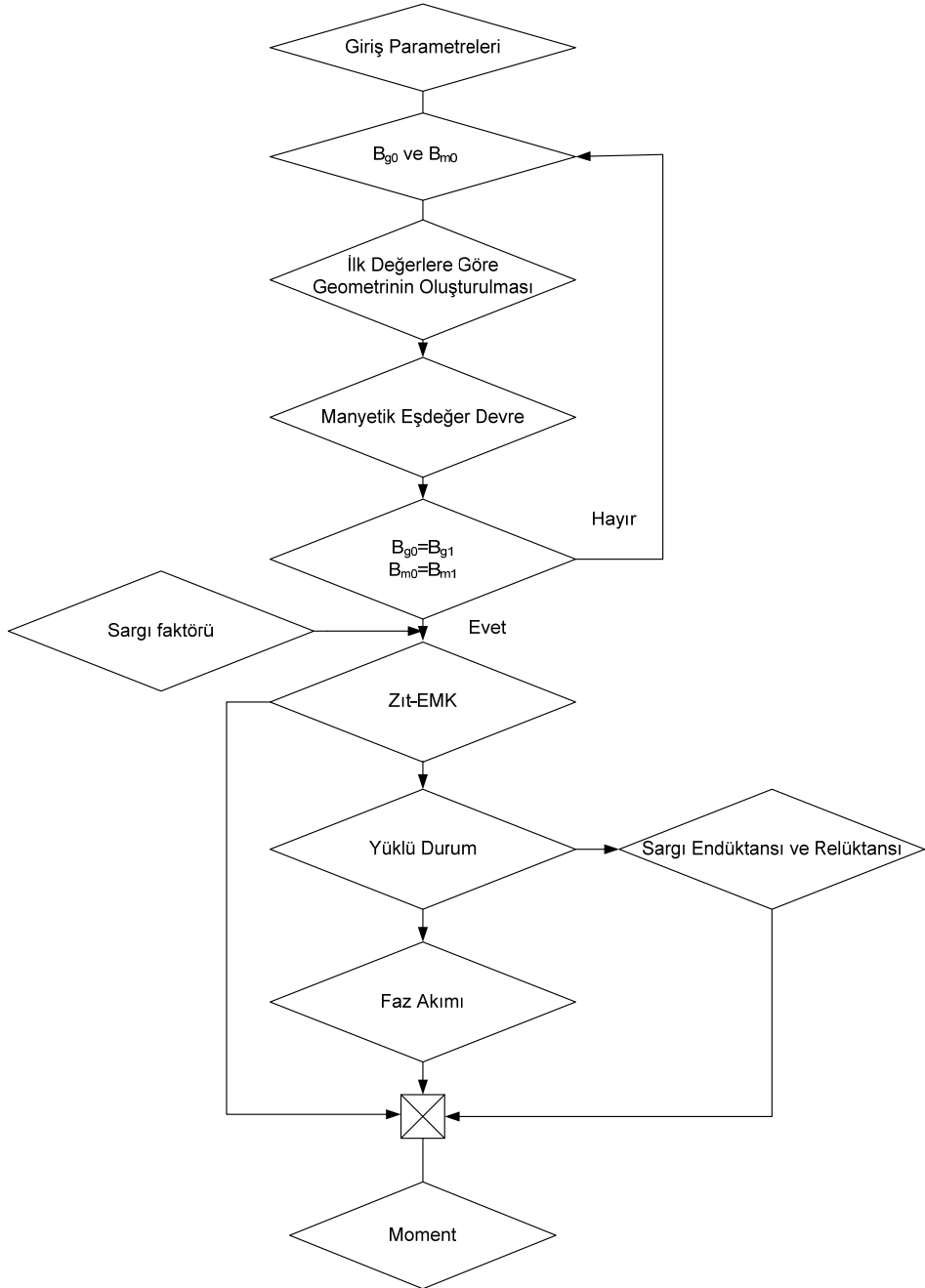
$$B_m = \frac{\phi_m}{A_m} \quad (8)$$

olarak hesaplanır.

Burada;  $\Re_m$  mıknatısın relüktansı,  $\Re_g$  hava aralığı relüktansı,  $\Re_r$  rotor relüktansı,  $\Re_s$  stator relüktansı,  $\Re_1$  kaçak relüktans,  $l_m$  mıknatıs kalınlığı,  $g$  hava aralığı genişliği,  $w_{sb}$  stator boyunduruk kalınlığı,  $A_g$  hava aralığı alanı,  $A_m$  mıknatıs alanı,  $p$  çift kutup sayısı,  $L$  makinenin aksenal uzunluğu,  $B_n$  manyetik akı yoğunluğunun düşey bileşeni,  $B_1$  manyetik akı yoğunluğunun

yatay bileşeni,  $\mu_1$  çeliğin bağıl geçirgenliği,  $K_r$  relüktans faktörü olup 1 ila 1.2 değerleri arasındadır.  $K_f$  kaçak faktörü olup değeri birden küçüktür.

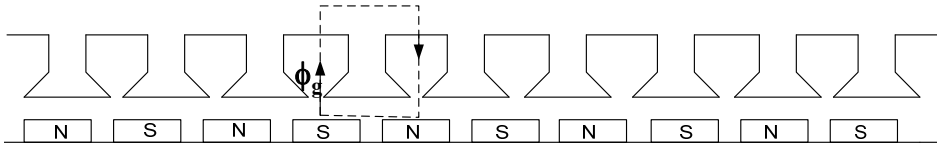
Manyetik eşdeğer devre yöntemi kullanılarak, denklem (7) ve (8) ile hesaplanan hava aralığı ve mıknatıs akısı ifadelerinden elde edilen manyetik akı yoğunluğu değerleri Şekil 4'te gösterilen yazılım akış diyagramında kullanılarak moment ve Zıt-EMK değerleri elde edilmiştir. Oluşturulan algoritma, hava aralığı manyetik akı dağılımının iterasyon yöntemine göre belirlenmesi ve elde edilen manyetik akıya bağlı olarak zıt-EMK ve moment hesabına dayanmaktadır.



Şekil 4. Akış diyagramı

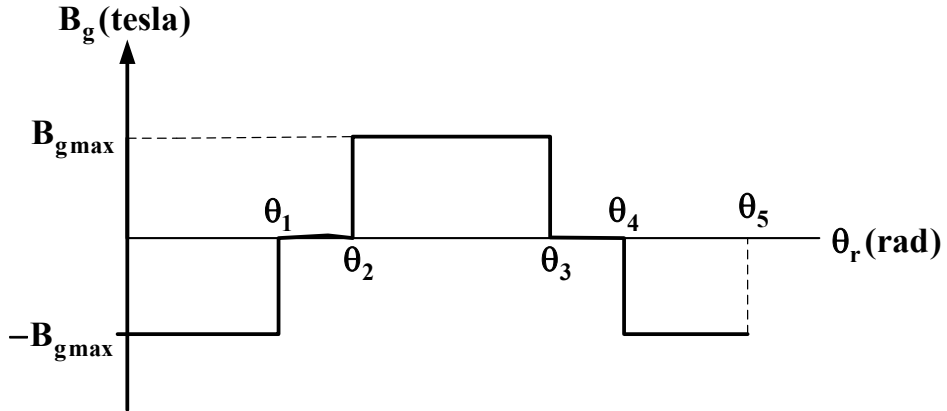
### 3. SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MAKİNANIN ZIT-EMK ANALİZİ

9 oluk 10 kutuplu makinanın kesiti Şekil 5’de gösterilmektedir. Bu analitik modelde akı yönü miknatis kutbundan endüviye doğrudur. Üretilen gerilim ve endüklenen akım oluşan akı ile aynı yöndedir. Rotor, miknatis kutuplarına bağlı olarak dönme hareketini gerçekleştirir. A faz sargısı ile B faz sargısı arasındaki oluğun merkezi referans eksenini oluşturmaktadır [11].



Şekil 5. Oluk/Kutup oranı 9/10 olan makinanın kesiti

İdeal manyetik akı yoğunluğu Şekil 6’da ki gibidir.



Şekil 6. Manyetik akı yoğunluğunun rotor açısına bağlı değişimi

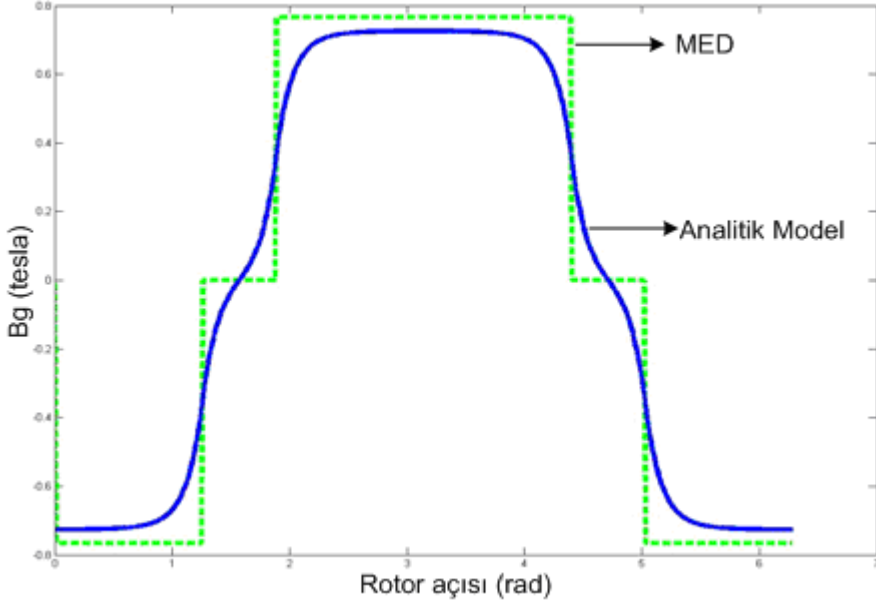
Manyetik akı yoğunluğunun rotor açısına göre dağılım fonksiyonu;

$$B_g(\theta) = \begin{cases} -B_{gmax} & \text{for } 0 < \theta < \theta_1 \text{ \& } \theta_4 < \theta < \theta_5 \\ B_{gmax} & \text{for } \theta_2 < \theta < \theta_3 \\ 0 & \text{for } \theta_1 < \theta < \theta_2 \text{ \& } \theta_3 < \theta < \theta_4 \end{cases} \quad (9)$$

elde edilir.

Denklem 9’da  $\theta_1 = \frac{\theta_{mp}}{2}$ ,  $\theta_2 = \theta_{pp} - \frac{\theta_{mp}}{2}$ ,  $\theta_3 = \theta_{pp} + \frac{\theta_{mp}}{2}$ ,  $\theta_4 = 2\theta_{pp} - \frac{\theta_{mp}}{2}$ ,  $\theta_5 = 2\theta_{sp}$ ’dir.

9 oluk 10 kutuplu makinenin hava aralığı akı yoğunluğu dağılımı şekil 7’de gösterilmiştir.



**Şekil 7.** Analitik model ve manyetik eşdeğer devre yöntemi ile elde edilen hava aralığı manyetik akı yoğunluğu değişimleri

Şekil 7'den de anlaşıldığı gibi rotorun dönmesine bağlı olarak hava aralığındaki manyetik akı yoğunluğu değişim göstermektedir. Akı yoğunluğundan elde edilen akı fonksiyonu,

$$\overline{\psi}(\theta) = \int \overline{B}_g(\theta) dS \quad (10)$$

olarak elde edilir.

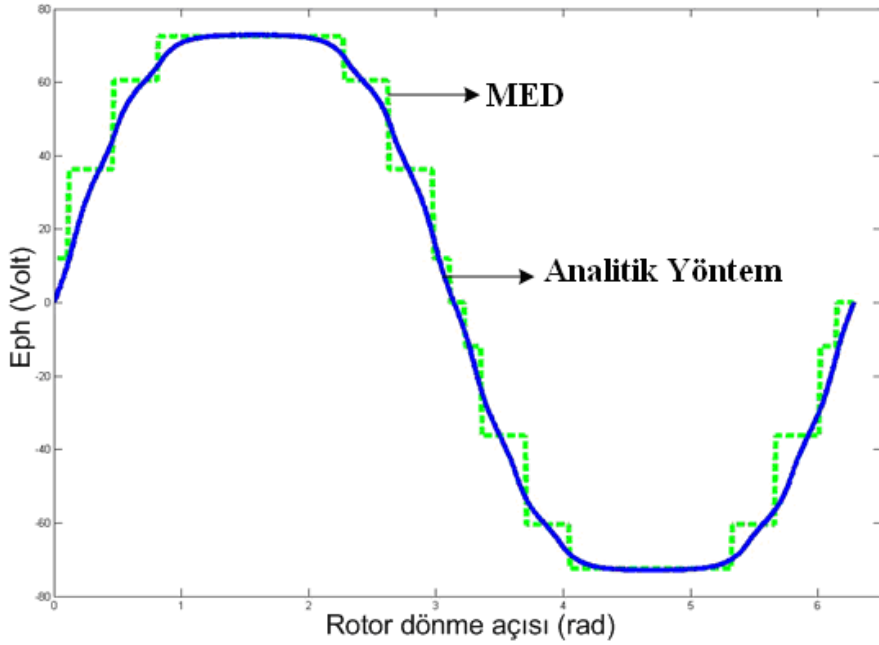
Faraday yasasına göre akının zamana göre değişimi Zıt-EMK'yı vermektedir. Buna göre,

$$e(\theta) = -\frac{d\overline{\psi}(\theta)}{d\theta} \quad (11)$$

elde edilir.

Şekil 8'de 9 oluk 10 kutup yapısındaki makineye ait Zıt-EMK dalga formu gösterilmiştir.





Şekil 8. Analitik model ve manyetik eşdeğer devre yöntemi ile elde edilen A fazına ait Zıt-EMK dalga formu

#### 4. SÜREKLİ MIKNATISLI SENKRON MAKİNANIN MOMENT ANALİZİ

Moment, iki yöntemle bulunmaktadır. Birincisi “Maxwell Gerilme Tensörü” ikincisi ise “Sanal İş Metodu”dur. Maxwell Gerilme Tensörüne göre moment hesabı (12) numaralı eşitlik yardımıyla elde edilir.

$$T = \frac{L}{\mu_0} \oint r \overline{B_n} \overline{B_t} dl \quad (12)$$

“Sanal İş Metodu”na göre moment, manyetik enerjinin rotor hızına bağlı olarak değişimidir. Co- enerji metoduna dayanmaktadır. Buna göre moment hesabı (13) numaralı eşitlik yardımıyla elde edilir [12].

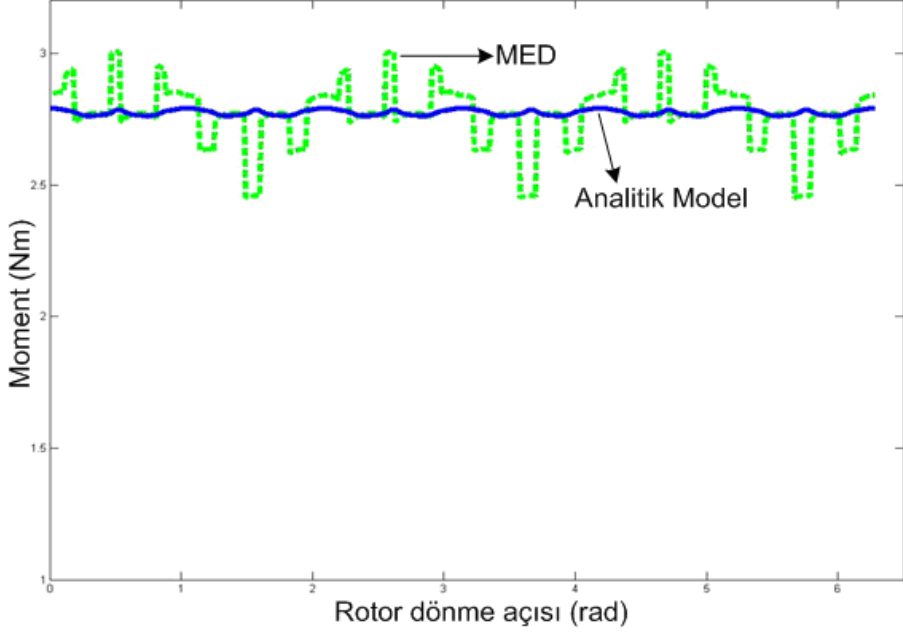
$$T = \frac{\partial W'}{\partial \theta} \quad (13)$$

(13) formülü açılırsa;

$$T = \frac{\partial W'}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{\partial W'}{\partial \theta} = \frac{P}{\omega} = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\omega} \quad (14)$$

elde edilir.

Eşitlik (14) kullanılarak elde edilen moment dalga formu Şekil 9’da gösterilmiştir.



Şekil 9. Analitik Model ve manyetik eşdeğer devre yöntemi ile elde edilen moment dalga formu değişimleri

## 5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, 10 kutup 9 oluk yapısındaki kesirli oluklu sürekli mıknatıslı senkron makinenin elektromanyetik tasarım algoritması oluşturulmuştur. Oluşturulan tasarım algoritması, Analitik model ile karşılaştırılıp, moment ve Zıt- EMK sonuçları arasındaki fark %5 olarak elde edilmiştir. Bu değerlere göre; MED yönteminin, sonlu elemanlar yöntemine iyi bir alternatif olabileceği, gösterilmiştir.

## REFERENCES / KAYNAKLAR

- [1] El-Refaie, "Fractional-Slot Concentrated-Windings Synchronous Permanent Magnet Machines: Opportunities and Challenges", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57, 1,107-121, 2010.
- [2] N. Bianchi, S. Bolognani, and G. Grezzani, "Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, 42, 4, 997–1006, 2006.
- [3] EL-Refaie A.M., Shah M. R., Qu R., and Kern J. M., "Effect of number of phases on losses in conducting sleeves of high speed surface PM machine rotors," in Conf. Rec. 42nd IEEE IAS Annu. Meeting, New Orleans, LA, Sep. 2007, 1522–1529.
- [4] Cistelecan M., Ferreira JTE., "Three phase tooth-concentrated interspersed windings with low space harmonic content," IEEE Electrical Machine Conference, Rome, 2010,1-6.
- [5] Jussila H., Salminen P., Niemelä M. and Pyrhönen J., "Guidelines for Designing Concentrated Winding Fractional Slot Permanent Magnet Machines" IEEE International Conference Power Engineering, Energy and Electrical Drives, Setubal, Portugal, 2007, 191-194.

- [6] Chong L., Rahman R.F., “Parameter Analysis of an IPM Machine with Fractional-slot Concentrated Windings, Part I: Open-circuit Analysis,” Australasian Universities Power Engineering Conference, Sydney, NSW, 2008, 1-5.
- [7] Cros J., Viarouge P., “Synthesis of high performance PM motors with concentrated windings,” IEEE Trans. Energy Convers., 17, 2, 248–253, 2002.
- [8] Magnussen F., Sadarangani C., “Winding factors and Joule losses of permanent magnet machines with concentrated windings,” in Proc. IEEE-IEMDC, Madison, 2003, 333–339.
- [9] Widyan S., “Design, optimization, construction and test of rare-earth permanent-magnet electrical machines with new topology for wind energy applications”, Ph.D. dissertation Technische Universität Berlin, Berlin, Germany, 2006.
- [10] Hanselman D.C., “Brushless permanent magnet motor design”, McGraw Hill: Maine,USA, 1994, 68-74.
- [11] Wu J., Wang Y., Li X., Zhang J., Wu T. “Effect of Parameters on Back-EMF in Permanent Magnet Brushless DC Motor with Concentrated Winding” IEEE Automation Congress, 2008, 1-4.
- [12] VuXuan H., Lahaye D., Ani S.O., Polinder H., Ferreira J.A., “Effect of Design Parameters on Electromagnetic Torque of PM Machines with Concentrated Windings using Nonlinear Dynamic FEM” International Electric Machines&Drives Conference, 2011, 383-388.